بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٧ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

د س

المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع
الفرع : العلمي + الصناعي

مدة الامتحان : ٠٠ : ٢
اليوم والتاريخ: الثلاثاء ٢٠١٧/٧/٤

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول: (١٩ علامة)

أ) إذا كان $\int_{هـ}^{٢} ٩ \, ق'(س) \, د س = لو | ٢ - ٤ س | - \int_{هـ}^{٢} ٢ \, هـ^{س} \, ق'(س) \, د س$ ، وكان $ق'(٠) = ٢$

فجد قيمة الثابت ٩ (٦ علامات)

ب) جد التكاملات الآتية:

١) $\int_{٢}^{\infty} \frac{س^{٢}}{س^{٦} + س^{٣}} \, د س$ ، $س > ٢$ (٦ علامات)

٢) $\int_{١}^{٣} \frac{(س^{٢} - ٦ س + ٩)^{\frac{٧}{٢}}}{س^{٩}} \, د س$ (٧ علامات)

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

السؤال الثاني: (١٩ علامة)

أ) يسير جُسيم على خط مستقيم حسب العلاقة : $ت = ع + ١$ ، $ع > ٠$ ، حيث ت: تسارع الجُسيم، ع: سرعة الجُسيم، إذا تحرك الجُسيم من السكون فقطع مسافة مقدارها (٦) م بعد (٣) ثوانٍ من حركته، فجد المسافة التي قطعها بعد (٩) ثوانٍ من حركته. (٧ علامات)

ب) جد قيمة التكاملات الآتية:

١) $\int_{١}^{٢} | هـ^{٢س - ١} - هـ | \, د س$ (٦ علامات)

٢) $\int_{٢}^{٦} ([\frac{١}{٣} س] - ٢) \, د س$ (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثانية/ ،،،،

الصفحة الثانية

السـؤال الثالث: (٢٢ علامة)

أ) إذا كان $\int_{0}^{\pi} \frac{\text{جتا س}}{(\text{س} + ٢)^{٢}}$ د س = أ ، أ : ثابت ،

فجد بدلالة أ قيمة $\int_{0}^{\frac{\pi}{٢}} \frac{\text{جا ٢س}}{\text{س} + ١}$ د س (٧ علامات)

ب) إذا كان ص = $\sqrt{\text{هـ}^{\text{أ س}}}$ وكان ص$''$ + ٤ ص$'$ + ٤ ص = ٠ ، فجد قيمة الثابت أ (٦ علامات)

ج) استخدم التكامل في إيجاد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات :

ق (س) = ٤ – س^{٢} ، هـ (س) = س + ٢ ، ل (س) = ٣ (٩ علامات)

السـؤال الرابع: (٢٣ علامة)

أ) جد إحداثيات المركز والرأسين والبؤرتين للقطع المخروطي الذي معادلته:

٩ س^{٢} + ٤ ص^{٢} + ١٦ ص = ١٨ س + ١٢١ (١٠علامات)

ب) جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه النقطة (٢ ، –٢) وإحدى بؤرتيه هي النقطة (٢ ، ٣)

وطول محوره القاطع يساوي (٨) وحدات. (٦ علامات)

ج) تتحرك النقطة و(س ، ص) في المستوى بحيث يتحدّد موقعها بالمعادلتين:

س = ظا هـ + ظتا هـ ، ص = ظتا ٢ هـ ، حيث هـ زاوية متغيّرة.

جد معادلة مسار النقطة (و)، ثم بيّن نوع هذا المسار. (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة/ ،،،،

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

الصفحة الثالثة

السـؤال الخامس: (١٧ علامة)

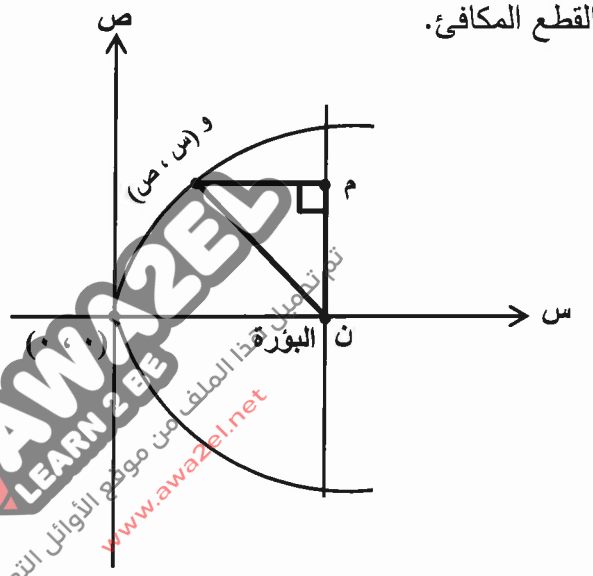
أ) جد معادلة الدائرة التي طول نصف قطرها يساوي (٢ √ ٢) سم ، وتمر بالنقطة (٢ ، ٤) ،

وتمس المستقيم الذي معادلته س – ص – ٢ = ٠ (١٠علامات)

ب) يُمثِّـل الشكل الآتي قطعًا مكافئًا، والنقطة و(س ، ص) تتحرك على منحنى القطع بحيث

يبقى المثلث و م ن قائم الزاوية في م ، وكان م و + و ن = ٣ وحدات،

فجد معادلة القطع المكافئ. (٧ علامات)



AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

﴿ انتهت الأسئلة ﴾

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٧ / الدورة الصيفية

الإجابة النموذجية

صفحة رقم (١)

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

المبحث : الرياضيات / ع
الفرع : العلمي والصناعي

مدة الامتحان : د = س/٣
التاريخ : ٢٠١٧/٦/٤

الإجابة النموذجية :	رقم الصفحة في الكتاب
السؤال الأول أ) إذا كان $\int_{1}^{2} م\,هـ(س)\,دس = \left[\frac{1}{2} هـ(س) \right]_{1}^{2}$ (٥ علامات) وكان هـ(٠) = ٢، فجد قيمة الثابت م	٢٧٨
الحل:	٢٧٩
$\int_{1}^{2} م\,هـ(س)\,دس = \left[\frac{1}{2} هـ(س) \right]_{1}^{2}$ ①	
$\int_{1}^{2} (٢-٤س)\,دس = \left[\frac{1}{2} هـ(س) \right]_{1}^{2}$ ①	
$\left[٢س - ٢س^{٢} \right]_{1}^{2} = \frac{هـ(٢) - هـ(٠)}{٢}$ ①	
$م(٢) = -٢ - ٢(٢)^{٢}$ ①	
$٢م = -٦$	
$م = -٣$ ①	

ARAB LEARNERS
www.awa2el.net

رقم الصفحة في الكتاب

(١) أوجد $\int \frac{س^{٢}}{س^{٣}+س^{٦}}\,د س$ ، $س > ٠$.

الحل: $ص = س^{٣}$ ①

$\frac{د ص}{د س} = ٣س^{٢} \Leftarrow د س = \frac{د ص}{٣س^{٢}}$ ①

$\int \frac{س^{٢}}{س^{٣}+س^{٦}}\,د س = \int \frac{\frac{د ص}{٣}}{ص+ص^{٢}}$ ①

$\frac{١}{٣} \int \frac{١}{ص(ص+١)}\,د ص = \int \frac{أ}{ص} + \frac{ب}{ص+١}$

$= \frac{أ(ص+١)+ب ص}{ص(ص+١)}$

$\frac{١}{٣} = أ ص + أ + ب ص$

$ص = ٠ \Leftarrow أ = \frac{١}{٣}$ ، $ص = -١ \Leftarrow ب = -\frac{١}{٣}$ ①

$= \frac{١}{٣} \int \frac{د ص}{ص} - \frac{١}{٣} \int \frac{د ص}{ص+١}$

$= \frac{١}{٣} لو_{ه} |ص| - \frac{١}{٣} لو_{ه} |ص+١| + جـ$ ①

$= \frac{١}{٣} لو_{ه} س^{٣} - \frac{١}{٣} لو_{ه} (س^{٣}+١) + جـ$ ①

وإذا لم يكتب جـ يخصم درجة

AWAZEL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awazel.net

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال ٤

جد $\int_{1}^{3} \frac{(س^2 - ٦س + ٩)^{\frac{7}{2}}}{س^9} \, د س$

الحل: $\frac{(س^2 - ٦س + ٩)^{\frac{7}{2}}}{س^9} = \frac{|(س-٣)^2|^{\frac{7}{2}}}{س^9} = \frac{|س-٣|^7}{س^9}$ ①

$= \frac{|س-٣|(س-٣)^6}{س^9}$ ٢٦٣

لذلك $\int_{1}^{3} \frac{(س^2 - ٦س + ٩)^{\frac{7}{2}}}{س^9} \, د س = \int_{1}^{3} \frac{|س-٣|(س-٣)^6}{س^9} \, د س$

$= -\int_{1}^{3} \frac{(س-٣)^7}{س^9} \, د س = -\int_{1}^{3} (س-٣)^7 (س^{-9}) \, د س$ ①

$= -\int_{1}^{3} (س-٣)^7 \left(\frac{1}{س^9}\right) د س$ ①

لكن ص $= ١ - \frac{٣}{س}$ $\Leftarrow$ د ص $= \frac{٣}{س^2} د س$ ①

عندما س $= ١ \Leftarrow$ ص $= -٢$

عندما س $= ٣ \Leftarrow$ ص $= ٠$

$\Leftarrow = -\int_{-٢}^{٠} (١ - \frac{٣}{س})^7 \left(\frac{١}{س^2}\right) د س = -\int_{-٢}^{٠} \frac{ص^7}{٣} \, د ص$ ①

$= -\left[\frac{ص^8}{٢٤}\right]_{-٢}^{٠} = \frac{(-٢)^8}{٢٤} = \frac{٣٢}{٣}$ ①

* إذا لم يكتب لقيمة المطلقة مع أي شيء علامة واحد فقط وهي حالة يكون المقدار $= \frac{٣س}{٣}$

رقم الصفحة في الكتاب

٢٥٢

سنة

(٧) ب) يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة: ت = ع + ١ ، ع ≥ ٠.

حيث ت : تسارع الجسيم ، ع : سرعة الجسيم . إذا تحرك الجسيم من السكون فقطع مسافة مقدارها ٦ م بعد ٣ ثوان من حركته ، فجد المسافة التي قطعها بعد ٩ ثوان من حركته.

الحل:

ت = ع + ١ ⟸ $\frac{ع\,د ع}{د ن}$ = ع + ١ ⟸ $\frac{ع\,د ع}{ع+١}$ = د ن

لو ن = ٠ ⟸ ع = ٠ ⟸ ١ = ٠ + ١ ⟸ ١ = ج ①

لو ن = ٣ ⟸ ٦ = ٣ + ٣ ⟸ ٣ = ٣ ⟸ ٣ = ٣ ①

لو ن = ٩ ⟸ ف = ٩ − ٣ + ٣ ⟸ ف = ٦ ① ٩ − ٣

ف = ٩ − ٣ + ٣ ⟸ ف = ٦ ① ٩ − ٣

ف = ٩ − ٣ + ٣ ⟸ ف = ٦ ① ٩ − ٣

awa2el LEARN 2 BE www.awa2el.net

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال ٢

ب) ١

جد $\int_{0}^{1} (e^{3x-1} - e^{x})\,dx$

الحل $3x-1=1 \Rightarrow x=1$ ①

$e^{3x-1} = e^{1-3x}$

$e^{3x-1} - e^{1-3x} = 0 \Rightarrow$

$$\int_{0}^{1} (e^{3x-1} - e^{x})\,dx = \int_{0}^{1} (e^{3x-1} - e^{1-3x})\,dx + \int_{1}^{2} (e^{3x-1} - e^{1-3x})\,dx$$

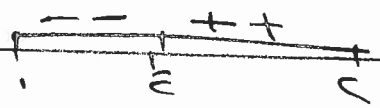
$$= \left[\frac{e^{3x-1}}{3} + \frac{e^{1-3x}}{3}\right]_{0}^{1} - \left[\frac{e^{3x-1}}{3} + \frac{e^{1-3x}}{3}\right]_{1}^{2}$$

$$= \frac{e^{2}}{3} + \frac{e^{-1}}{3} - \frac{1}{3} - \frac{e^{5}}{3} - \frac{e^{-5}}{3} + \frac{e^{2}}{3} + \frac{e^{-1}}{3}$$

$$= \frac{-3e^{5} + 3e^{2} + 2e^{-1} - e^{-5} - 1}{3}$$

* إذا قام لطالب بمساواة $3x-1=0$

$x = \frac{1}{3}$



ج هنا حالة يجب عكس المتباينة ويصبح $x \in (\frac{1}{3}, 2)$

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الوائل التعليمي
www.awa2el.net

صفحة رقم (٦)

رقم الصفحة في الكتاب

AWA2EL LEARN 2 BE
لم تحمل هذا الملف من موقع أوائل التعليمي
www.awa2el.net

رقم الصفحة في الكتاب

مسألة ٣

(أ) إذا كان β حـ $]0, \frac{\pi}{2}[$ فأثبت أن $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{(x+2)^2}\,dx = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{x+1}\,dx$

الحل : لنفرض $y = 2x \Rightarrow dy = 2\,dx$

عندما $x = 0 \Rightarrow y = 0$

عندما $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow y = \pi$

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{(x+2)^2}\,dx = \int_{0}^{\pi} \frac{\sin y}{y+2} \times \frac{1}{2}\,dy$$

لنفرض $u = \frac{1}{y+2}$ ، $dv = \sin y\,dy$

$du = \frac{-1}{(y+2)^2}\,dy$ ، $v = -\cos y$

$$= -\left[\frac{\cos y}{y+2}\right]_{0}^{\pi} - \int_{0}^{\pi} \frac{\cos y}{(y+2)^2}\,dy$$

$$= \frac{1}{\pi+2} + \frac{1}{2} - \int_{0}^{\pi} \frac{\cos y}{(y+2)^2}\,dy$$

$$\Leftarrow \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{(x+2)^2}\,dx = \frac{1}{\pi+2} + \frac{1}{2} - \int_{0}^{\pi} \frac{\cos y}{(y+2)^2}\,dy$$

AWA2EL LEARN 2 EARN
www.awa2el.net
تم تحميل هذا الملف من موقع أوائل التعليمي

رقم الصفحة في الكتاب

سؤال ٣ الوحدة ١

إذا كان $ص = \sqrt{هـ^{س}}$ وكان $ص'' + ٤ ص' + ٤ ص = ٠$ فما صحة الكتاب م

الحل:

$$ص = \sqrt{هـ^{س}} = هـ^{\frac{١}{٢}م س}$$

سؤال ٦ ص ٩٥

$$ص' = \frac{١}{٢} م هـ^{\frac{١}{٢}م س} \quad ①$$

$$ص'' = \frac{١}{٤} م^{٢} هـ^{\frac{١}{٢}م س} \quad ①$$

$$ص'' + ٤ ص' + ٤ ص = ٠ \quad \frac{١}{٢}م س$$

$$\frac{١}{٤} م^{٢} هـ^{\frac{١}{٢}م س} + ٢ م هـ^{\frac{١}{٢}م س} + ٤ هـ^{\frac{١}{٢}م س} = ٠ \quad ①$$

$$هـ^{\frac{١}{٢}م س} (\frac{١}{٤} م^{٢} + ٢ م + ٤) = ٠ \quad ①$$

$$م^{٢} + ٨ م + ١٦ = ٠$$

$$(م + ٤)^{٢} = ٠ \quad ①$$

$$م = -٤ \quad ①$$

AWA2EL LEARN 2 BE
لم تحمل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

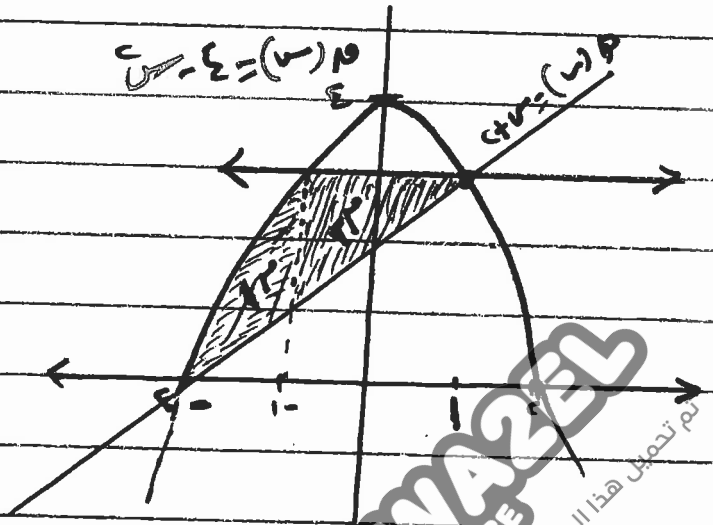
رقم الصفحة في الكتاب

٩

س٣) ج) باستخدام التكامل

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات

ق(س) = ٤ - س² ، ه(س) = س + ٢ ، ل(س) = ٢



ق(س) = ه(س)

٤ - س² = س + ٢ ⟹ س² + س - ٢ = ٠ ⟹ (س + ٢)(س - ١) = ٠ ⟹ س = -٢ ، س = ١ ①

ق(س) = ل(س)

٤ - س² = ٢ ⟹ س² = ٢ ⟹ س = ±١ ①

ه(س) = ل(س) ⟹ س + ٢ = ٢ ⟹ س = ٠ ①

علامات الحدود
علامة ما بين الحدود
عكس علامة

$$\text{م}_1 = \int_{-2}^{0} (س + ٢ - ٢)\,د س = \left[\frac{س^2}{2}\right]_{-2}^{0} = -(٢ - ٢) = ٢ \quad ①$$

$$\text{م}_2 = \int_{0}^{1} (٤ - س^2 - ٢)\,د س = \left[٢س - \frac{س^3}{3}\right]_{0}^{1} = \left(٢ - \frac{١}{٣}\right) - ٠ = \frac{٥}{٣} \quad ①$$

$$\text{م} = \text{م}_1 + \text{م}_2 = ٢ + \frac{٥}{٣} = \frac{١١}{٣} \quad ①$$

رقم الصفحة في الكتاب

سؤال ٤

(أ)

(١٠) جد إحداثيات المركز والرأسين والبؤرتين للقطع المخروطي الذي معادلته: $٩س^٢ + ٤ص^٢ + ١٦ص = ١٨س + ١١$

الحل:

$٩س^٢ - ١٨س + ٤ص^٢ + ١٦ص = ١١$

$٩(س^٢ - ٢س) + ٤(ص^٢ + ٤ص) = ١١$

$٩(س^٢ - ٢س + ١) + ٤(ص^٢ + ٤ص + ٤) = ١١ + ٩ + ١٦$ ①

$٩(س-١)^٢ + ٤(ص+٢)^٢ = ٣٦$ ①

$\frac{(س-١)^٢}{٤} + \frac{(ص+٢)^٢}{٩} = ١$ ① قطع ناقص صادي

$أ^٢ = ٩ \Leftarrow أ = ٣$ ①

$ب^٢ = ٤ \Leftarrow ب = ٢$

لكنه $د = أ^٢ - ب^٢ = ٥$

$د = \sqrt{٥}$ ①

المركز $(١، -٢)$ ①

الرأسان $(١، -٢ \pm ٣)$ وهما $(١، -٥)$ ، $(١، ١)$

البؤرتان $(١، -٢ \pm \sqrt{٥})$ وهما $(١، -٢ - \sqrt{٥})$ ①

$(١، -٢ + \sqrt{٥})$ ①

* إذا تم الإضافة والطرح على الإحداثي السيني للمركز بالشكل التالي

الرأسان $(١ \pm ٣، -٢)$ ①

البؤرتان $(١ \pm \sqrt{٥}، -٢)$ ①

٢٥٠

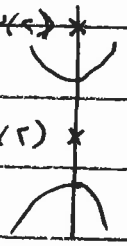
رقم الصفحة في الكتاب

سلة ٤

ب)

(٦) جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه النقطة (٢، -٢) وإحدى بؤرتيه هي النقطة (٢، ٣) وطول محوره القاطع يساوي ٨ وحدات

مثال ٣ صـ ٢٤



الحل: قطع زائد رأسي

٢م = ٨ ⟸ م = ٤ (١)

ه = ٣ + ٢ = ٥ (١)

ه^٢ = م^٢ + ب^٢ ⟸ ٢٥ = ١٦ + ب^٢ ⟸ ب^٢ = ٩ (١)

المعادلة: $\frac{(ص-ك)^2}{م^2} - \frac{(س-ل)^2}{ب^2} = ١$ (١)

$\frac{(ص+٢)^2}{١٦} - \frac{(س-٢)^2}{٩} = ١$ (١)

* إذا كان المقطع مكافئ

$\frac{(ص-٢)^2}{٩} - \frac{(ص+٢)^2}{١٦} = ١$ غير مطلوب

رقم الصفحة في الكتاب

٢٦٨

٤ ـ هـ

ج

٧

الحل: ص = ظتا٢هـ

س = ظاهـ + ظتاهـ ①

ظاهـ + ظتاهـ = حاهـ/حاهـ + حاهـ/حاهـ = جا٢هـ + جتا٢هـ / حاهـ حاهـ = ١ / حاهـ جتاهـ = ٢ / حا٢هـ = ٢ ① / س ← ٢ حتا٢هـ ①

س/٢ = حتا٢هـ ①

لكنه ١ + ظتا٢هـ = حتا٢هـ ①

١ + ص٢ = (س/٢)٢

١ + ص٢ = س٢/٤ ①

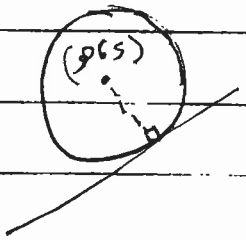
٤ + ٤ص٢ = س٢ ←

س٢ - ٤ص٢ = ٤ ←

س٢/٤ - ص٢ = ١ معادلة قطع زائد ①

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

رقم الصفحة في الكتاب



سؤال ٩)

نفرض ان مركز الدائرة (د، هـ)

بعد النقطة (د، هـ) عن المستقيم س - ص - ٢ = ٠ يساوي

$$\frac{|د - هـ - ٢|}{\sqrt{٢}} = \sqrt{٢} \Leftarrow |د - هـ - ٢| = ٢$$

٣١٧ - ٢ cc

إما $د - هـ - ٢ = ٢$ أو $د - هـ - ٢ = -٢$

$د - هـ = ٤$ أو $د - هـ = ٠$

$د = هـ + ٤$ ① $د = هـ$ ②

لذلك: $\sqrt{(د-٢)^٢ + (هـ-٤)^٢} = ٢\sqrt{٢}$

$(د-٢)^٢ + (هـ-٤)^٢ = ٨$ ③

① في ③ $(هـ-٤)^٢ + (هـ-٤)^٢ = ٨ \Leftarrow ٢(هـ-٤)^٢ = ٨$

$(هـ-٤)^٢ = ٤$

$هـ - ٤ = ٢ \Leftarrow هـ = ٦$ ①

$هـ - ٤ = -٢ \Leftarrow هـ = ٢$

$د = ٢ + هـ \Leftarrow د = ٤$ أو $د = ٠$

المركز (٠، ٢) ①، (٤، ٦) ①

معادلة الدائرة $(س - ٤)^٢ + (ص - ٦)^٢ = ٨$ أو ①

$س^٢ + (ص - ٢)^٢ = ٨$ ①

لذلك عندما $د = هـ + ٤ \Leftarrow$

$(هـ + ٤)^٢ + (هـ - ٤)^٢ = ٨$

$هـ^٢ + ٨هـ + ١٦ + هـ^٢ - ٨هـ + ١٦ = ٨$

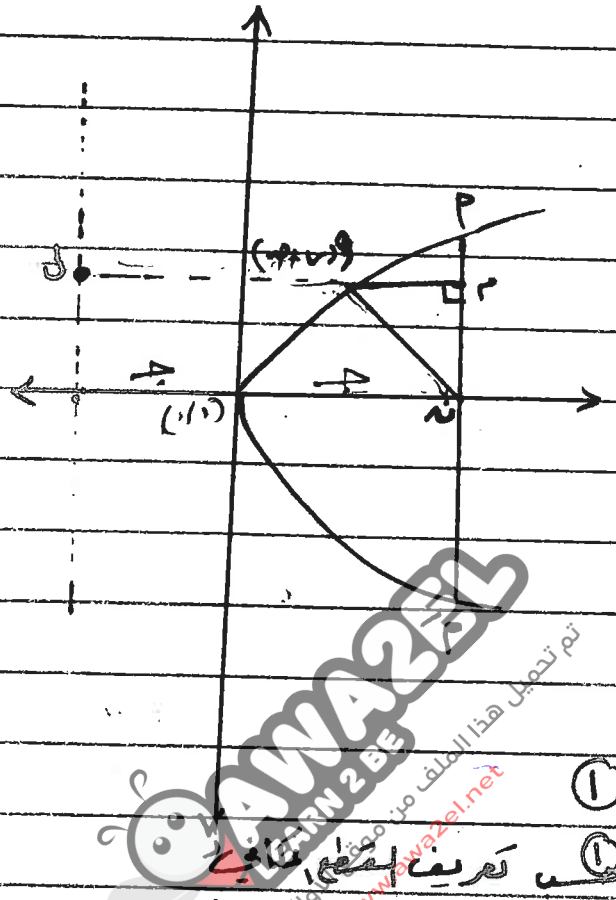
$٢هـ^٢ + ٣٢ = ٨$ غير ممكنة

* إذا لم يذكر في الحل الرجوع إلى الخطوة كاملة

* إذا تعامل مع الحالة الأولى فقط يضيع من (٥) علامات

AWE2EL LEARN 2 BE
لتحميل هذا الملف من موقع الأوائل للتعليم
www.awe2el.net

رقم الصفحة في الكتاب



ص٢ = ٤ جـ س ①

م و + و ن = م

م و + و ل = ٢ جـ ①

لكن و ل = و ن ① تعريف المقطع المكافئ

م و + و ن = ٢ جـ = ٣ ① ← جـ = ٣/٢ ①

ص٢ = ٤ جـ س ← ص٢ = ٤ × ٣/٢ س

ص٢ = ٦ س ①

ب) ١) حل آخر

$$\int \frac{س^{٢}}{س^{٦}+س^{٣}}\,د س = \int \frac{س^{٢}}{س^{٦}(١+س^{-٣})}\,د س \quad ①$$

$$= \int \frac{١}{س^{٤}(١+س^{-٣})}\,د س \quad ①$$

$$= \int \frac{س^{-٤}}{١+س^{-٣}}\,د س \quad ①$$

$$= -\frac{١}{٣}\int \frac{-٣س^{-٤}}{١+س^{-٣}}\,د س \quad ① + ①$$

$$= -\frac{١}{٣}\,لو|١+س^{-٣}| + ث \quad ①$$

إذا لم يكتب ث = صفر علامة.

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع أوائل التعليمي
www.awa2el.net

$\frac{1}{س}$

ب)

① حل آخر.

⑥ $\int \frac{س^{ج}}{س^{3}+س^{2}} د س = \int \frac{س^{ج}}{س^{3}(س+1)} د س$

① ①

نفرض $ص = س+1 \Leftarrow س = ص-1$ ⑪ $\frac{د ص}{د س} = 1 \Leftarrow د س = د ص$

$= \int \frac{1}{س(س^{2}+1)} د س$

$= \int \frac{1}{س \cdot ص} \times \frac{1}{ص^{2}-2ص+1} د ص = \int \frac{1}{ص^{3}-2ص^{2}+ص} د ص$

$= \int \frac{1}{ص(ص-1)^{2}} د ص = \int \frac{1}{ص(ص-1)(ص-1)} د ص$ ①

$\frac{1}{ص(ص-1)^{2}} = \frac{ب}{ص-1} + \frac{ج}{(ص-1)^{2}} + \frac{د}{ص}$

$1 = ب ص(ص-1) + ج ص + د(ص-1)^{2}$

عندما $ص = 1 \Leftarrow 1 = ج$

عندما $ص = 0 \Leftarrow 1 = د$

$ص^{2}$: $0 = ب + د \Leftarrow ب = -1$

① $= \int \frac{1}{ص} د ص + \int \frac{-1}{ص-1} د ص + \int \frac{\frac{1}{2}}{(ص-1)^{2}} د ص$

① $= \ln|ص| - \ln|ص-1| + ج$

① $= \ln|س^{2}+1| - \ln|س^{2}| + ج$

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع أوائل التعليمي
www.awa2el.net

ب) $\int_{1}^{3} \frac{(س^{\frac{2}{3}} - ٦س + ٩)^{\frac{7}{2}}}{س^{٩}}$ د س

⑦ ⑦

$= \int_{1}^{3} \frac{(س^{\frac{2}{3}} - ٣)^{٧}}{س^{٩}}$ د س $= \int_{1}^{3} \frac{(١ - ٣س^{-\frac{1}{3}})^{٧}}{س^{٩}}$ د س

① ① ①

$= \int_{1}^{3} \frac{(٣ - س)^{٧}}{س^{٩}}$ د س $= \int_{1}^{3} \frac{(١ - \frac{٣}{س^{\frac{1}{3}}})^{٧}}{س^{٩}}$ د س

① ① ①

$= \int_{1}^{3} س^{-٢} (١ - \frac{٣}{س^{\frac{1}{3}}})^{٧}$ د س

① $ص = ١ - \frac{٣}{س^{\frac{1}{3}}}$

$د س = \frac{-س^{\frac{4}{3}} د ص}{٣}$

① $س = ١ \Leftarrow ص = ٢$

$س = ٣ \Leftarrow ص = ٠$

$= \int_{٢}^{٠} \frac{ص^{٧} (١ - ص)^{٢} د ص}{-٣}$

$= \int_{٠}^{٢} \frac{ص^{٧} (١ - ص)^{٢}}{٣}$ د ص

① $= \frac{٣٢}{٣}$.

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

مثال ٥ ص ٤٣ الكتاب المدرسي / ثالث

$$\int \frac{س^{٤}}{(س^{٣}+١)^{٣}(س^{٣}+٢)}\,د س = \int \frac{س^{٤}}{س^{٦}+٣س^{٣}+٢}\,د س$$

$$= \int \frac{١}{س(س+١)(س^{٣}+س+١)}\,د س$$

$$= \int \left(\frac{ب}{س+١} + \frac{ج س+د}{س^{٢}-س+١} + \frac{أ}{س} \right) د س$$

$$\frac{١}{س(س+١)(س^{٣}+س+١)} = \frac{ج س+د}{س^{٢}-س+١} + \frac{ب}{س+١} + \frac{أ}{س}$$

$$١ = أ(س+١)(س^{٣}+س+١) + ب س(س^{٣}+س+١) + (ج س+د)(س+١)س$$

بوضع $س = -١$ ⇐ $١ = ب(-١)(-٣) \Rightarrow ب = \frac{١}{٣}$

بوضع $س = ٠$ ⇐ $١ = أ$

بوضع $س = ١$ ⇐ $١ = ٣أ + ٣ب + ٢(ج+د)$

$$١ = ٣ + \frac{٣}{٣} + ٢ج + ٢د$$

$$-٣ = ٢ج + ٢د$$

$$ج + د = -\frac{٣}{٢} \quad \cdots (١)$$

بوضع $س = ٢$ ⇐ $١ = ٣أ + ٣ب + ٦(ج+د)$

$$١ = ٣ + ١ + ٦ج + ٦د$$

$$-٣ = ٦ج + ٦د$$

$$ج + د = -\frac{١}{٢} \quad \cdots (٢)$$

بطرح (١) من (٢)

$$-١ = -٢ج \Rightarrow ج = \frac{١}{٢}$$

بالتعويض في (١)

$$\frac{١}{٢} + د = -\frac{٣}{٢} \Rightarrow د = -٢$$

$$\int \left(\frac{\frac{١}{٢}س - ٢}{س^{٢}-س+١} + \frac{\frac{١}{٣}}{س+١} + \frac{١}{س} \right) د س$$

$$= \int \frac{\frac{١}{٢}(٢س-١) - ٢}{س^{٢}-س+١}\,د س + \frac{١}{٣}\int \frac{١}{س+١}\,د س + \int \frac{١}{س}\,د س$$

$$= \frac{١}{٢}\int \frac{٢س-١}{س^{٢}-س+١}\,د س - ٢\int \frac{١}{(س-\frac{١}{٢})^{٢}+\frac{٣}{٤}}\,د س + \frac{١}{٣}\int \frac{١}{س+١}\,د س + \int \frac{١}{س}\,د س$$

$$= \frac{١}{٢}\ln|س^{٢}-س+١| - ٢ \times \frac{٢}{\sqrt{٣}} \tan^{-١}\left(\frac{س-\frac{١}{٢}}{\frac{\sqrt{٣}}{٢}}\right) + \frac{١}{٣}\ln|س+١| + \ln|س| + ث$$

$$= \frac{١}{٢}\ln|س^{٢}-س+١| - \frac{٤}{\sqrt{٣}} \tan^{-١}\left(\frac{٢س-١}{\sqrt{٣}}\right) + \frac{١}{٣}\ln|س+١| + \ln|س| + ث$$

AWA2EL LEARN 2 BE
www.awa2el.net

تابع س١ فرع (ب)

$$= \left(\int \frac{1}{س} \, د س + \int \frac{-\frac{1}{٣}}{١ + س} \, د س + \int \frac{\frac{١}{٣٠} + س \, ٣٠}{١ + س - س^{٢}} \, د س \right)$$

$$= \left(\int \frac{١ + ٠ س + ٢}{١ + س - س^{٢}} \, د س - \frac{١}{٣} \int \frac{١}{١ + س} \, د س \right) \quad \textcircled{١}$$

$$= \ln |س| - \frac{١}{٣} \ln |١ + س| + ج$$

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

ث

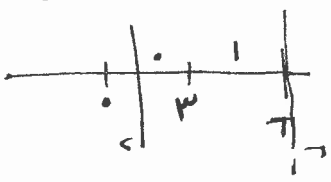
ب)

① إذا أجاب الطالب إجابة صحيحة دون استخدام إعادة تعريف الفئة الطلقة يأخذ الطالب علامة علامة تكامل وعلامة تصويب إذا قام بالشكل صحيح

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

س٤ ف١ ب ② حل آخر :

A

① 

$$د(س) = \begin{cases} -٢ & ٢ \leq س < ٣ \\ -١ & ٣ \leq س < ٦ \end{cases}$$

$$\int_{٢}^{٦} د(س)\,ds = \int_{٢}^{٣} -٢\,ds + \int_{٣}^{٦} -١\,ds$$

① ①

$$= -٢(٣-٢) + -١(٦-٣)$$

$$= -٢ + -٣$$

$$= -٥$$ ①

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

رياضيات الصف الثاني الإعدادي / ع

س ٩ (أ)

ت = ع + ١

ع = ت - ١

ك ع = ك ت

ك ع = ك ت

أخطأ الطالب هنا حيث عبر عن ك ع بدلالة ك ت

ثم نتكمل مع الطالب

س ٩ (ب) ① ∫ |هـ^(ب-١) - هـ| ك س

هـ^(ب-١) = هـ ، س = ١ ⇒ ب = ١

∫ |هـ^(ب-١) - هـ| ك س = |هـ^(ب-١) - هـ| س + ∫ س (هـ^(ب-١) - هـ) ك س

هنا الخطأ عبر عن المقدار فقط

وتكمل مع الطالب.

س ٩ (ب) ② إذا أثبت الطالب ∫ [½ س] (ج - [½ س]) ك س

والحل بشكل صحيح عبر عن المقدار فقط

(يصحح من (٥) علامات)

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

مثال ١٨

إذا كان $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جتا}\omega}{(1+\omega)^2}\, d\omega = \rho$ ، فجد $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جا}\omega}{1+\omega}\, d\omega$

الحل:

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جا}\omega}{1+\omega}\, d\omega = \left[-\frac{\text{جتا}\omega}{1+\omega} \right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} + \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جتا}\omega}{(1+\omega)^2}\, d\omega$$

$$= 0 + \rho = \rho$$

$$\text{ع} = \frac{1}{1+\omega} \qquad \text{د ع} = -\frac{1}{(1+\omega)^2}\, d\omega$$

$$\text{د ق} = \text{جتا}\omega\, d\omega \qquad \text{ق} = \text{جا}\omega$$

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جا}\omega}{(1+\omega)^2}\, d\omega = \left[\frac{\text{جا}\omega}{1+\omega} \right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} + \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جتا}\omega}{1+\omega}\, d\omega$$

$$= \frac{1}{\frac{\pi}{2}+1} - 0 + \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جتا}\omega}{1+\omega}\, d\omega$$

$$= \frac{2}{\pi+2} + \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جتا}\omega}{1+\omega}\, d\omega$$

$$\rho = \frac{2}{\pi+2} + \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جتا}\omega}{1+\omega}\, d\omega$$

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جتا}\omega}{1+\omega}\, d\omega = \rho - \frac{2}{\pi+2}$$

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جا}\omega}{1+\omega}\, d\omega = \left(\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi+2} \right) - \rho \right) - 1$$

$$= \rho - \frac{1}{\pi+2} + \frac{1}{2}$$

$$\omega = 2\omega \Leftarrow \omega = \frac{\pi}{2} \Leftarrow \omega = \pi$$

$$\omega = 0 \Leftarrow \omega = 0$$

$$\text{د}\omega = 2\,\text{د}\omega$$

AWA2EL LEARN 2 BE
لم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

حل آخر

$$P = \int_{0}^{\pi} \frac{\sin x}{(2+\cos x)^2}\,dx$$

نفرض $u = \cos x$

$du = -\sin x\,dx$

$-du = \sin x\,dx$

$u = -1 \Leftarrow x = \pi$

$u = 1 \Leftarrow x = 0$

$$P = \int_{1}^{-1} \frac{-du}{(2+u)^2} = \int_{-1}^{1} \frac{du}{(2+u)^2}$$

$$= \left[-\frac{1}{2+u} \right]_{-1}^{1} = -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$$

AWA2EL LEARN 2 BE
www.awa2el.net
تم تحميل هذا الملف من موقع الوائل التعليمي

س ٣ د)

٩/ * إذا أخطأ الطالب في خطوة أحد المساحة النهائية

وكتب $م = \int_{ا}^{ب} (ص_{١} - ص_{٢}) \, دس$, فالحل

يأخذ علامة واحدة فقط على المساحة النهائية (م)

* إذا أوجد الطالب الحدود بشكل صحيح وكتب

$م = \int_{ا}^{ب} (ص_{١} - ص_{٢}) \, دس$

يصحح من (٤) علامات

- علامتان على الرسم
- علامة على التكامل
- علامة على التعويض

س ٥ ب) إذا كتب الطالب الحل بالشكل التالي

$٣ص^{٢} = ٢٧ \Rightarrow ص^{٢} = ٩ \Rightarrow ص = ٣$

$\therefore$

$ص_{١} = ٤ - س$

$ص_{٢} = ٢ س$

* لا يبرر لتلميذ ايجاد $ص = ٣$

(يصحح من ٥ علامات)

عما

س ٣ حل آخر

ب)

$\frac{ص}{س} = \sqrt{\frac{ص}{س}}$

$ص = ه^{ع}$

$ص' = ه^{ع} \times ع$

$ص'' = ه^{ع} \times ع \times ع$

$ص''' = ه^{ع} \times ع \times ع \times ع$

$ص''' - ٤ص'' + ٤ص' = ٠$ ①

$ه^{ع} ع^{٣} - ٤ ه^{ع} ع^{٢} + ٤ ه^{ع} ع = ٠$

$ه^{ع} (ع^{٣} - ٤ع^{٢} + ٤ع) = ٠$ ①

$ه^{ع} \neq ٠$ ، $ع^{٣} - ٤ع^{٢} + ٤ع = ٠$

$ع (ع^{٢} - ٤ع + ٤) = ٠$ ①

$ع (ع - ٢)(ع - ٢) = ٠$

$ع = ٠ ، ٢$ ①

* عكس الصفحة لطالب الذي يأخذ الوقت الإضافي (الاجراءات).

AWA2EL LEARN 2 BE تم تحميل هذا الملف من موقع الوائل التعليمي www.awa2el.net

رياضيات ٤ع
العامي والهندسة

ع حـ) حل غير مكتمل.

$$9ب^2 - 18ب + 4جـ^2 + 16جـ = 11$$

د) ١٠/

$$9(ب^2 - 2ب) - 4(جـ^2 - 4جـ) = 11$$

خطأ وتصحيحه

$$9(ب^2 - 2ب + 1) - 4(جـ^2 + 4جـ + 4) = 11 + 9 - 16$$

$$9(ب-1)^2 - 4(جـ+2)^2 = 4$$

$$\frac{(ب-1)^2}{\frac{4}{9}} - \frac{(جـ+2)^2}{1} = 1$$

يقطع المحور الصادي

المقطع يوازي المحور السيني

$$أ^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow أ = \frac{2}{3}$$

$$ج^2 = 1 \Rightarrow ج = 1$$

$$د^2 = أ^2 + ج^2$$

$$د^2 = \frac{13}{9} \Rightarrow د = \frac{\sqrt{13}}{3}$$

والحل على أساس قطع زائد. (بحسب علاقة، أ، ب، ج، د وهي علاقة أكمل فريج).

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

سماهنيات = ص ع الصناعيين العلمي
/ عما ـــ

٤ ـــ

د) حل آخر .

٧

$س = ظاه + ظتاه$ ، $ص = ظتا ٢ه$

$ص = \frac{ظتا ٢ه}{ظا ٢ه} \Leftarrow ص = \frac{ظتا^٢ه - ١}{٢ ظاه ظتاه}$ ①

$ص = \frac{١}{٢} ظتاه - \frac{١}{٢} ظاه$ ①

$٢ ص = ظتاه - ظاه$.

$٤ ص^٢ = ظتا^٢ه - ٢ ظتاه ظاه + ظا^٢ه$ ①

$س^٢ = ظتا^٢ه + ٢ ظاه ظتاه + ظا^٢ه$ ①

على الترتيب لكل صحيحا .

$س^٢ - ٤ ص^٢ = ٤$ ①

$\frac{س^٢}{٤} - ص^٢ = ١$ ①

$\frac{(س - ٤)^٢}{٩} - \frac{(ص - ٥)^٢}{١٦} = ١$ ①

∴ كل الحسنيين يمثل قطع زائد محوره القاطع يوازي السينات

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

ج) حل آخر

$س = ظا هـ + ظتا هـ$ ، $ص = ظتا ٢ هـ$

$ص = \frac{جتا ٢ هـ}{جا ٢ هـ}$

$= \frac{جتا^٢ هـ - جا^٢ هـ}{٢ جا هـ جتا هـ}$ ①

$س = ظا هـ + ظتا هـ$ ... ✱

$٢ ص = - ظا هـ + ظتا هـ$ ... ✱✱

$\frac{جتا هـ}{٢ جا هـ} - \frac{جا هـ}{٢ جتا هـ}$ ①

$ص = \frac{١}{٢} ظتا هـ - \frac{١}{٢} ظا هـ$

بالضرب في ٢

$٢ ص = ظتا هـ - ظا هـ$ ①

بالجمع ← $س + ٢ ص = ٢ ظتا هـ$

$\therefore ظتا هـ = \frac{س + ٢ ص}{٢}$ ①

بالطرح ←

$س - ٢ ص = ٢ ظا هـ$

$ظا هـ = \frac{س - ٢ ص}{٢}$ ①

$ظا هـ ظتا هـ = ١$

$\frac{س - ٢ ص}{٢} \times \frac{س + ٢ ص}{٢} = ١$

$\frac{س^٢ - ٤ ص^٢}{٤} = ١$

$\frac{س^٢}{٤} - ص^٢ = ١$ ①

قطع زائد ①

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع أوائل التعليمي
www.awa2el.net

(٢٩) مجال هندسة مستوى العلمي والهندسي

عما ـــ

س = ظا هـ + ظتا هـ ، ص = ظتا هـ

$\frac{\text{جا}}{\text{جتا}} + \frac{\text{جتا}}{\text{جا}}$ = س

$\frac{\text{جا}^2 + \text{جتا}^2}{\text{جا} \cdot \text{جتا}}$ = س ①

$\frac{1}{\text{جا} \cdot \text{جتا}}$ = س ①

ص = ظتا هـ

ص' = −قتا² هـ ①

ص' = $-\frac{1}{\text{جا}^2 \text{هـ}}$

ص' = $-\frac{1}{\frac{1}{4}\text{جا}^2 2\text{هـ}}$ ①

ص' = $\frac{1}{4}$ × $\left(\frac{1}{\text{جا هـ جتا هـ}}\right)^2$ − ① ①

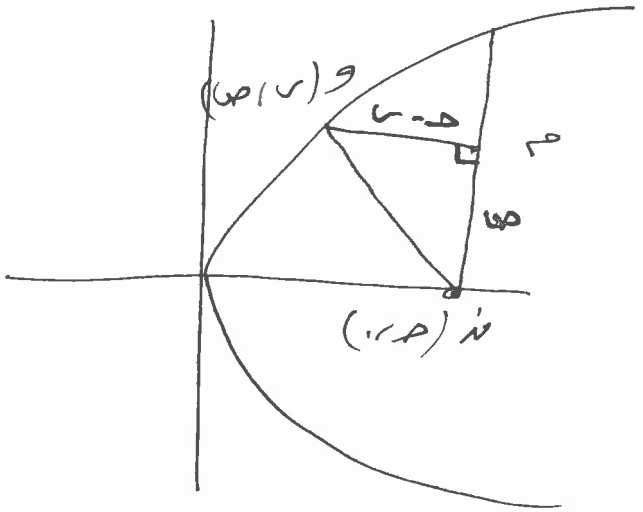
ص' = $\frac{\text{س}^2}{4}$ − ① = $\frac{\text{س}^2}{4}$ − ص' − ① ①

$\frac{(\text{س} - \text{د})^2}{\text{ب}^2}$ − $\frac{(\text{ص} - \text{جـ})^2}{\text{أ}^2}$ = ١

∴ أكمل الهندسي يمثل قطع زائد مركزه النقطة يقاطع محوري التماثل ①

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

س٥ فرع ب حل آخر



(١) $ص^{٢} = ٤ح - ٥$

(١) $د ن = \sqrt{(ب - ح)^{٢} + ص^{٢}}$

(١) $= \sqrt{ب^{٢} - ٢ح ب + ح^{٢} + ٤ح - ٥}$

(١) $= \sqrt{ب^{٢} + ٢ب + ١ + ٤ح - ٦}$

(١) $= \sqrt{(ب + ١)^{٢} + ٤(ح - ١)}$

(١) $د ن = م + ب$

بالتعويض $د و + د ن = ٣$

(١) $م + ب + ب - ١ = ٣$

(١) $م = ٢ - ٢ب$ $٣ = ٤ح$

$\therefore ص^{٢} = ٤ \times \frac{٣}{٤} ب$

(١) $ص^{٢} = ٣ب$

(٩)

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

(٤)

س٥ | فرع (ب) حل آخر

حسب نظرية فيثاغورس

① $(وس)^{2} = (م ن)^{2} + (م و)^{2}$

① $(وس)^{2} - (م و)^{2} = (م ن)^{2}$.

① $(وس - م و)(وس + م و) = (م ن)^{2}$

① $ص^{2} = ٣ \times (وس - م و)$

① $ص^{2} = ٣ \times [(٣ + ٥) - (٥ - ٣)]$

$= ٣ \times ٦$

$ص^{2} = ١٨$

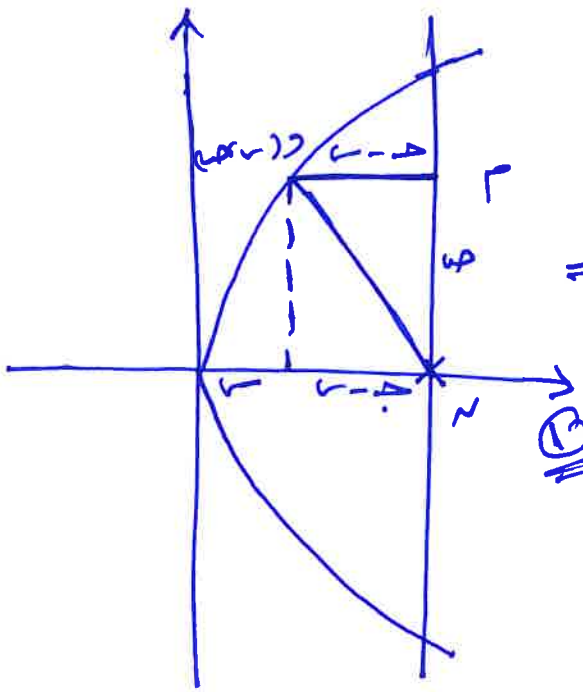
① + ① $٢٧ = ٩ ص^{2}$

$٣ = ص$ لعدد الصفات

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

(٤٠)

٧ ب) حل آخر :



ص = ٤ - س

م و = ٤ - س ... ①

لكن ص + (م و)^ = (ن و)^ ... ②

لكن م و + ن و = ٣

ن و = ٣ - م و ... ③

من ② و ③ ⇐ ص + (٣ - م و)^ = (٣ - م و)^

ص + ٩ - ٦ م و + (م و)^ = ٩ - ٦ م و + (م و)^

ص = ٩ - ٩

ص = ٩ - ٦(٤ - س) + ٩

ص = ٩ - ٢٤ + ٦ س + ٩

لكن ص = ٤ د س

∴ ٤ د س = ٩ - ٢٤ + ٦ س

٤ د س + ٢٤ د = ٩ + ٦ س

٤ د (٣ س + ٦) = ٩ + ٦ س

د = (٩ + ٦ س) / (٣ س + ٦)

ص = ٤ (٩ + ٦ س)/(٣ س + ٦) × س

ص = (٣٦ س + ٤ س^) / (٣ س + ٦)

ص = ٦(٦ + ٤ س) س / (٣ س + ٦)

ص = ٦ س ⇐ ص = ٦ س